

Ad- Soyad :  
 Numarası :  
 Bölümü :

1. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız. (3E6 p.)

(a)  $\int \frac{1+x}{x(2+x)^2} dx$  (b)  $\int (\ln x)^2 dx$  (c)  $\int \frac{dx}{(1+\cos x)^2}$

2.  $y = x$ ,  $y = 2$  ve  $x = 2$  doğrularıyla sınırlı bölgenin alanını hesaplayınız. (8 p.)

3.  $y = x^2 + 1$  eğrisi ve  $y = x + 3$  doğrusunun sınırladığı bölgenin  $x$ -ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmini hesaplayınız. (8 p)

4.  $x = 2t^2$ ,  $y = t^3$ ,  $0 \leq t \leq 1$  eğri parçasının uzunluğunu hesaplayınız. (8 p)

5. Aşağıdaki integrallerin karakterini araştırınız. (2E6 p)

(a)  $\int_1^1 \frac{dx}{x^2 + 1}$  (b)  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$

6. Aşağıdaki serilerin karakterini araştırınız. (3E6 p)

(a)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{5^k}{8^{k+1}}$  (b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n^2 + 1}$  (c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n(n!)}$

7.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (x+1)^n}{n^3}$  kuvvet serisinin yakınsaklık yarıçapını ve aralığını araştırınız. (8 p)

8.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$  ve  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$  için  $A.B = ?$  (4 p)

9.  $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x + 4y + 2z = 5 \\ 2x + 2y + 4z = 4 \end{cases}$  sisteminin çözümünü araştırınız. (8 p)

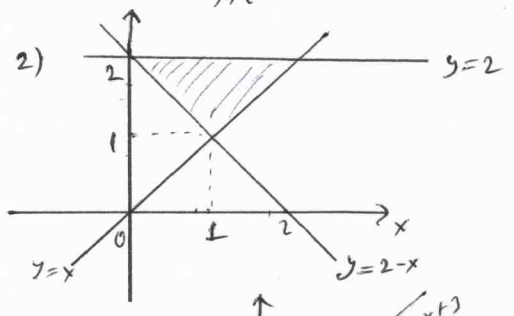
10.  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  5 matrisinin tersini bulunuz. (8 p)

BAŞARILAR

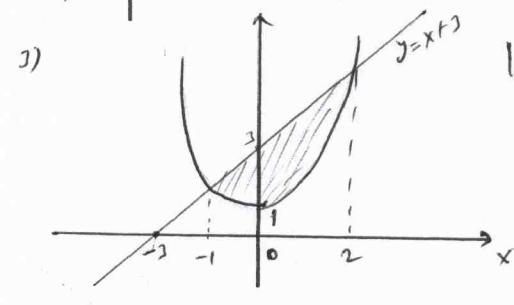
1) a)  $t = 2 + \sqrt{x} \Rightarrow dt = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$  oys  $2 \int \frac{t-1}{t^2} dt = 2 \int \frac{1}{t} - \frac{1}{t^2} dt = 2 \ln t + \frac{1}{t} + C$   $\frac{t=2+\sqrt{x}}$

b)  $u = (\ln x)^2 \quad du = 2 \ln x \cdot \frac{1}{x} dx$   
 $dx = x \quad \ln = x \quad \int (\ln x)^2 dx = x(\ln x)^2 - 2 \int \ln x dx = x(\ln x)^2 - 2(x \ln x - x) + C$

c)  $\tan x/2 = t \quad dx = \frac{2 dt}{1+t^2}$   
 $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$   
 $\int \frac{2 dt / (1+t^2)}{(1 - \frac{1-t^2}{1+t^2})^2} = 2 \int \frac{(1+t^2) dt}{4 t^4} = \frac{1}{2} \left[ \frac{t^{-3}}{-3} + \frac{t^{-1}}{-1} \right] + C = \frac{t = \tan x/2}{2}$



2)  $A = \int_a^b f(x) dx = \int_{x=0}^1 (2 - (2-x)) dx + \int_1^2 (2-x) dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 + (2x - \frac{x^2}{2}) \Big|_1^2 = 1 \text{ br}^2$   
 veya  $A = \int_{y=1}^2 y - (2-y) dy = 1 \text{ br}^2$



3)  $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 - (g(x))^2 dx = \pi \int_{-1}^2 (x+2)^2 - (x^2+1)^2 dx$   
 $= \pi \int_{-1}^2 (-x^4 - x^2 + 6x + 8) dx = \left( -\frac{x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + 3x^2 + 8x \right) \Big|_{-1}^2 = -\frac{32}{5} + 30 = \frac{117}{5} \text{ br}^3$

4)  $l = \int_0^1 \sqrt{(x')^2 + (y')^2} dt = \int_0^1 \sqrt{16t^2 + 9t^4} dt = \int_0^1 t \sqrt{16 + 9t^2} dt = \frac{1}{18} \frac{2}{3} (16 + 9t^2)^{3/2} \Big|_0^1 = \frac{61}{27} \text{ br}$   
 $u = 16 + 9t^2$   
 $du = 18t dt$

5) a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^p \cdot \frac{1}{x \sqrt{x^2+1}} \stackrel{p=2}{=} 1 = C$  yakınsak

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^p \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{1-x^2}} = \lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^p \frac{1}{((1-x)^{1/3} (1+x)^{1/3})} \stackrel{(p=1/3)}{=} \frac{1}{2\sqrt{2}} = C$  yakınsak

6) a)  $\sum_{k=1}^{\infty} 5 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^{k-1}$ , geometrik seri  $r = \frac{5}{8} < 1$  yakınsak (b)  $\frac{n^3}{\sqrt{n^2+1}} \rightarrow \infty \neq 0$  old. ırsak

c) Oran testi  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} / (n+1)!}{3^n / n!} = \lim_{n \rightarrow \infty} 3 \cdot \left(\frac{n}{n+1}\right) \cdot \frac{1}{(n+1)} = 0 < 1$  yakınsak

7)  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C_{n+1}}{C_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1}}{(n+1)^2} \cdot \frac{n^2}{3^n} = \frac{2}{3} \Rightarrow R = \frac{1}{3}$  yakınsaklık yarıçapı. Serisi  $-\frac{1}{3} < x-1 < \frac{1}{3}$  yani

$\frac{2}{3} < x < \frac{4}{3}$  için yakınsak.  $x = \frac{2}{3}$  için  $\sum \frac{(-1)^n}{n^2}$  yakınsak  
 $x = \frac{4}{3}$  için  $\sum \frac{1}{n^2}$  yakınsak }  $\left[\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right]$  yakınsaklık aralığıdır.

8)  $A \cdot B = \begin{bmatrix} 7 & 15 & 18 \\ 8 & 16 & 24 \end{bmatrix}$

9)  $x = \frac{5}{8}, y = \frac{3}{8}, z = \frac{9}{8}$

10)  $|A| = -1 \neq 0$   
 $A_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = -2$

$E_k(A) = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 2 \\ 5 & -8 & -2 \\ 1 & -3 & -1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 5 & -8 & -3 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} E_k(A) = \begin{bmatrix} 2 & -5 & -1 \\ -5 & 8 & 3 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

$A_{12} = 5$   
 $A_{13} = 2$   
 $A_{21} = 1$   
 $A_{22} = -4$   
 $A_{23} = -2$   
 $A_{31} = 1$   
 $A_{32} = -3$   
 $A_{33} = -1$